

**РЕАЛИЗАЦИЯ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ  
АКУСТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ  
ДВАДЦАТИ ЧЕТЫРЕХ ОРДИНАТ С ПОМОЩЬЮ  
ОДНОКРИСТАЛЬНЫХ МИКРОКОНТРОЛЛЕРОВ**

Запропоновано обчислювальна схема визначення спектрального складу акустичних сигналів методом 24 ординат. Метод може застосовуватись у цифрових системах на основі однокристальних мікроконтролерів для контролю стану шахт та підземних споруд у режимі реального часу. Також можливе використання методу для керування електроенергетичним та технологічним устаткуванням.

**REALIZATION OF THE FAST FOURIER TRANSFORMATION  
OF ACOUSTIC AND ELECTRICAL SIGNALS BY THE METHOD  
OF TWENTY-FOUR ORDINATES BY THE ONE-CHIP  
MICROCONTROLLERS**

The calculating scheme for decision of spectral composition of acoustic signals by the method of 24 ordinates was developed. A method can be used in the digital systems based on one-chip microcontrollers for the monitoring of state of underground buildings in the real-time mode. The use of method for the control of electroenergy equipment is also possible.

Спектральный анализ является мощным и универсальным средством исследования как природных и технических систем вообще, так и геомеханических объектов в частности [1]. Он применяется в научных целях для обработки результатов измерений, а также для решения инженерно-технических задач, например мониторинга параметров, характеризующих технологические и геомеханические процессы. Во втором случае преобразование сигналов из временной области в частотную желательно выполнять в режиме реального времени, что обуславливает необходимость использования дорогих спектроанализаторов параллельного действия или цифровых сигнальных процессоров.

Однако рост вычислительной производительности однокристальных микроконтроллеров общего назначения совместно с разработкой новых подходов к спектральному анализу, учитывающих особенности контролируемых объектов, позволяет отказаться от сложных вычислительных систем, поскольку микроконтроллеры не требуют дополнительных аппаратных средств, а система контроля состоит собственно из этой микросхемы и минимального набора пассивных элементов. В этой связи актуальной является задача разработки математических методов спектрального анализа, обеспечивающих достаточную точность при минимальном объеме вычислительных операций.

В работе [2] показано, что сигнал акустического отклика плоскопараллельных и блоковых геомеханических структур на ударное воздействие состоит из трех достаточно четко выраженных стадий: вступления продольной волны, преобладания нормальных резонансных мод и остаточных изгибных колебаний. Параметры сигнала в каждой из этих стадий связаны с конкретными механическими свойствами и пространственными размерами контролируемого

объекта, поэтому предложено выполнять спектральный анализ последовательно отдельно для определенной стадии выделенных периодических составляющих:

$$\varphi(t) \leftrightarrow \Phi(f) = \sum_i \Phi_{(p \cdot \Pi)_i}(f) = \sum_i \Phi_{p_i}(f) * e^{j2\pi f t_i} \frac{\pi f T_{u_i}}{\pi f}, \quad (1)$$

где  $\varphi(t)$  – импульсный сигнал,  $\Phi(f)$  – его прямое преобразование Фурье (ППФ),  $\Phi_{(p \cdot \Pi)_i}$  – ППФ  $i$ -го произведения выделенной периодической составляющей  $p$  на единичный прямоугольный импульс  $\Pi$ ,  $\Phi_{p_i}(f)$  – ППФ выделенной периодической составляющей,  $T_{u_i}$  – длительность  $i$ -го прямоугольного импульса.

Разбиение импульсного сигнала на выделенные периодические составляющие выполняется программно по алгоритму работы двух компараторов, уставки которых определяют ширину зоны нечувствительности, а выходы подсоединены ко входам RS-триггера.

Непосредственно для спектрального анализа ранее было предложено применять оптимизированный для вычислений в двоичном коде метод 12-ти ординат [3]. Преимуществом метода по сравнению с известными алгоритмами быстрого дискретного преобразования Фурье (БПФ) является то, что вычисления выполняются только над действительными числами. Недостатком предложенного подхода является возможность определения амплитуд и фаз только лишь 5-ти гармонических составляющих. Значительно повысить информативность контроля позволит выполнение вычислений на основе 24-х ординат сигнала.

Представим анализируемую функцию  $y$  в виде конечного ряда:

$$y = f(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{12} a_i \cos ix + \sum_{i=1}^{11} b_i \sin ix \quad (2)$$

где  $a_i$ ,  $b_i$  – коэффициенты гармоник, определение выражений для которых является предметом статьи,  $ix = 2\pi t/T_i$ ,  $T_i$  – период колебаний  $i$ -й гармонической составляющей.

Так как период функции  $y$ , равный  $2\pi$ , разделен на 24 части, то интервал дискретизации аргумента  $x$  равен  $15^\circ$ , т.е.  $x$  получает значения  $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ, 180^\circ, 195^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 255^\circ, 270^\circ, 285^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ, 345^\circ$ . Определены аналитические представления базисных функций разложения для приведенного выше ряда аргументов, в результате чего получены следующие значения:  $0; \pm \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;



$$\begin{array}{cccccc}
p_0 & p_1 & p_2 & u_1 & u_2 & [10, 12, 14, 18] \\
p_3 & p_5 & p_4 & u_5 & u_4 & \\
\mathbf{k}_0 & \mathbf{k}_1 & \mathbf{k}_2 & \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 & \text{суммы} \\
l_0 & l_1 & l_2 & h_1 & h_2 & \text{разности} \\
& & & k_1 & h_1 & [11, 13, 15, 19] \\
& & & k_2 & h_2 & \\
\mathbf{s} & \mathbf{w} & & & & \text{суммы} \\
\mathbf{t} & \mathbf{c} & & & & \text{разности} \\
& & & & & [12, 14, 16, 20]
\end{array}$$

Величины, которые входят в окончательные формулы, в данной схеме выделены полужирным шрифтом. В квадратных скобках приведены разрядности промежуточных переменных при использовании 8-, 10-, 12- и 16-разрядных входных данных. Таким образом, максимальная разрядность целочисленных переменных составляет 20 бит, что позволяет производить промежуточные вычисления над 3-байтными операндами. Однако для наиболее распространенных аналого-цифровых преобразователей, интегрированных в кристалл ОМК общего назначения, разрядность представления данных обычно составляет 8...12 бит, что позволяет выполнять все промежуточные вычисления над двухбайтными операндами. Отрицательные числа могут быть представлены в дополнительном коде, либо модулем числа с использованием старшего бита как знакового.

Окончательные формулы для определения коэффициентов гармонических составляющих примут вид:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{24}(k_0 + s); \\
a_1 &= \frac{1}{12} \left( m_0 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} q_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} q_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 + \frac{1}{2} q_4 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} q_5 \right); \\
a_2 &= \frac{1}{12} \left( q_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} l_1 + \frac{1}{2} l_2 \right); \\
a_3 &= \frac{1}{12} \left( m_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} q_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 - q_4 - \frac{\sqrt{2}}{2} q_5 \right); \\
a_4 &= \frac{1}{12} \left( l_0 + \frac{1}{2} t \right);
\end{aligned} \tag{4}$$

$$a_5 = \frac{1}{12} \left( m_0 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} q_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} q_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 + \frac{1}{2} q_4 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} q_5 \right);$$

$$a_6 = \frac{1}{12} (q_0 - l_2);$$

$$a_7 = \frac{1}{12} \left( m_0 - \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} q_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} q_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 + \frac{1}{2} q_4 - \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} q_5 \right);$$

$$a_8 = \frac{1}{12} \left( k_0 - \frac{1}{2} s \right);$$

$$a_9 = \frac{1}{12} \left( m_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} q_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 - q_4 + \frac{\sqrt{2}}{2} q_5 \right);$$

$$a_{10} = \frac{1}{12} \left( q_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} l_1 + \frac{1}{2} l_2 \right);$$

$$a_{11} = \frac{1}{12} \left( m_0 - \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} q_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} q_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 + \frac{1}{2} q_4 - \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} q_5 \right);$$

$$a_{12} = \frac{1}{24} (l_0 - t);$$

$$b_1 = \frac{1}{12} \left( m_6 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} v_1 + \frac{1}{2} v_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} v_4 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} v_5 \right);$$

$$b_2 = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{2} d_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} d_2 + u_3 \right);$$

$$b_3 = \frac{1}{12} \left( -m_6 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_1 + v_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 - \frac{\sqrt{2}}{2} v_5 \right);$$

$$b_4 = \frac{\sqrt{3}}{24} w;$$

$$b_5 = \frac{1}{12} \left( m_6 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} v_1 + \frac{1}{2} v_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_4 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} v_5 \right);$$

$$b_6 = \frac{1}{12} (d_1 - u_3);$$

$$b_7 = \frac{1}{12} \left( -m_6 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} v_1 - \frac{1}{2} v_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} v_4 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} v_5 \right);$$

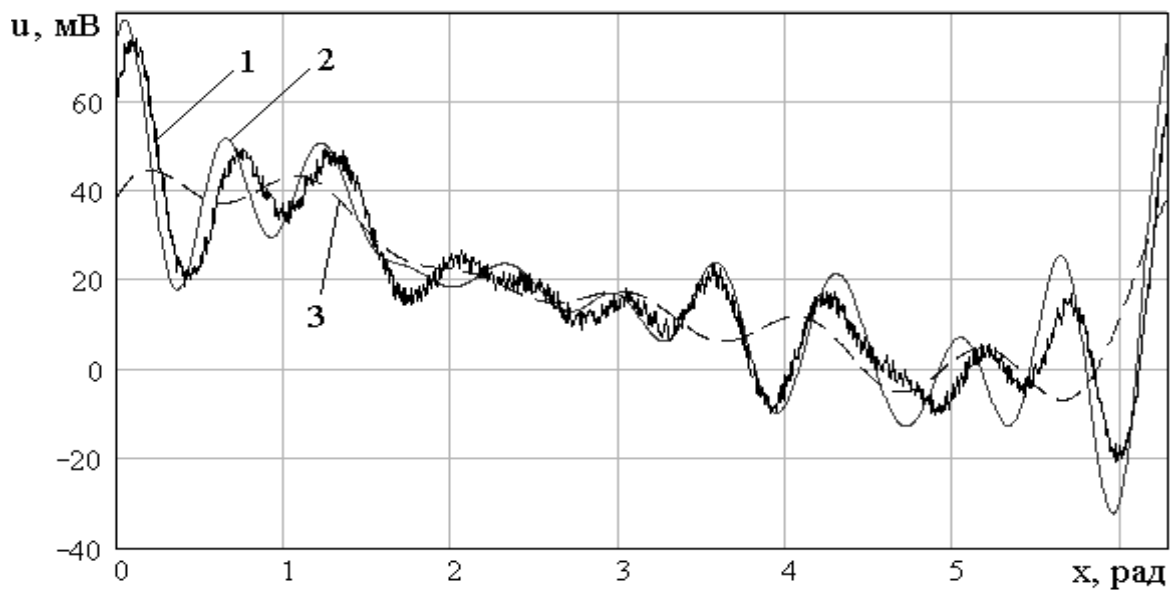
$$b_8 = \frac{\sqrt{3}}{24} c;$$

$$b_9 = \frac{1}{12} \left( m_6 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_1 - v_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 - \frac{\sqrt{2}}{2} v_5 \right);$$

$$b_{10} = \frac{1}{12} \left( \frac{1}{2} d_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} d_2 + u_3 \right);$$

$$b_{11} = \frac{1}{12} \left( -m_6 + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} v_1 - \frac{1}{2} v_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_4 + \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} v_5 \right).$$

На рис. 1 представлены результаты обработки сигнала по методу 12-ти ординат, предложенному в работе [3], и по методу 24-х ординат. Как и следовало ожидать, второй метод обеспечивает большую степень приближения при незначительном увеличении объема вычислительных операций.



1 – исходный сигнал; 2 – сигнал, полученный методом 24-х ординат;  
3 – сигнал, полученный методом 12-ти ординат

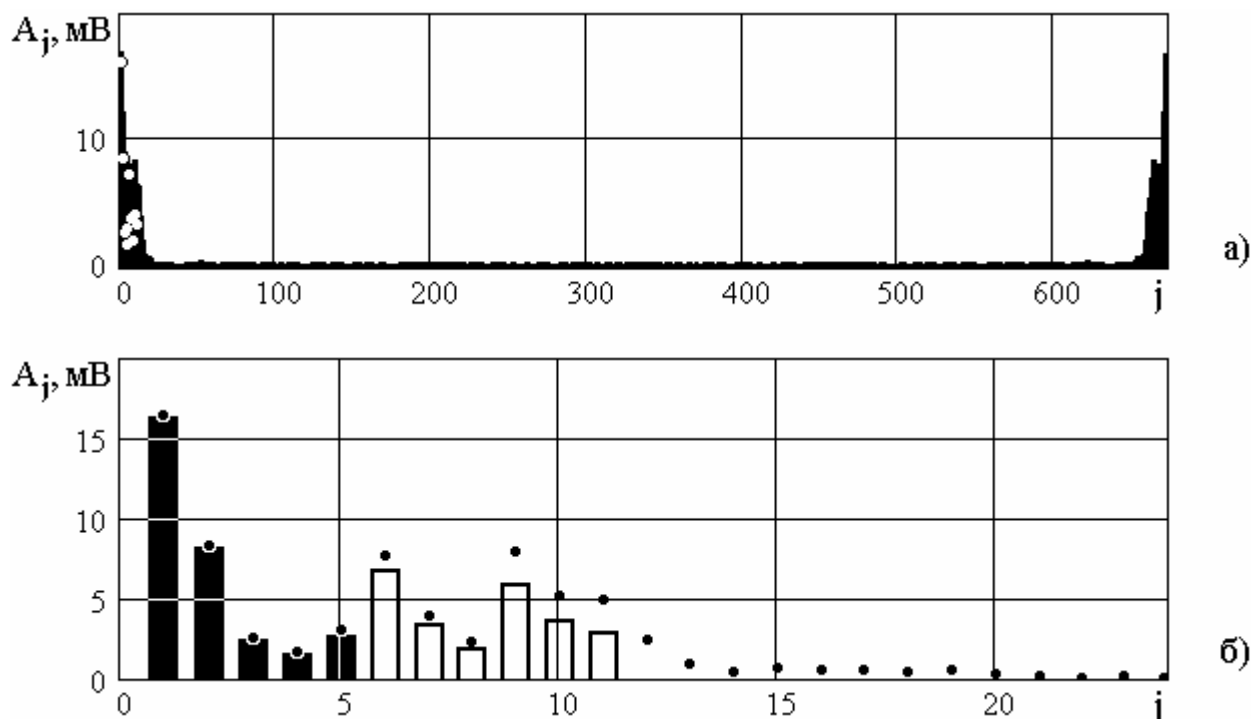
Рис. 1 – Аппроксимация сигнала отображениями, восстановленными по его спектрам

Для проверки достоверности полученных спектров и вычисления относительных погрешностей определения амплитуд гармонических составляющих в оболочке Mathcad 2001 про разработана программа анализа виброакустических

сигналов стандартными методами и методом 24 ординат. С помощью программы обработаны сигналы, оцифрованные аналого-цифровым преобразователем (АЦП) различной разрядности. Для отфильтровывания шумов квантования АЦП (которые видны на графике 3, рис. 1) применялось линейное сглаживание сигнала усреднением по 3-м и 5-ти точкам. С целью обеспечения соблюдения условий теоремы Котельникова перед выборкой 24-х точек (ординат) было выполнено сглаживание сигнала методом скользящего среднего с шириной окна  $N/24$ , где  $N$  – число точек в выборке. При этом спектр анализируемого сигнала ограничен сверху частотой Найквиста, что исключает эффект стробоскопирования.

Для получения симметричного комплексного спектра стандартным методом используем встроенную функцию  $\mathbf{C} = CFFT(\mathbf{Y})$ , где  $\mathbf{C} = (c_0, c_1, \dots, c_i, \dots, c_{n-1})$  – вектор комплексных коэффициентов ряда Фурье,  $\mathbf{Y} = (y_0, y_1, \dots, y_i, \dots, y_{n-1})$  – вектор ординат мгновенных значений анализируемого сигнала.

Рис. 2 позволяет сопоставить спектр сигнала, полученный с помощью встроенной функции  $CFFT$  по 672 точкам со спектрами, построенными с использованием методов 12 и 24 ординат. Погрешность в определении амплитуд гармоник обусловлена предварительным сглаживанием сигнала. В сравнении с методом 12 ординат метод 24 ординат позволяет в 2 раза расширить анализируемый частотный диапазон сигнала при незначительном увеличении объема вычислительной работы.



а – удвоенный симметричный амплитудный спектр; б – низкочастотная часть спектра, полученная стандартным методом (точки) с высокой разрешающей способностью, методом 24-х ординат (столбцы) и методом 12-ти ординат (закрашенные столбцы)

Рис. 2 – Спектры сигналов

Таким образом, разработана вычислительная схема определения гармонического состава акустических и электрических сигналов по методу 24-х ординат, позволяющая обеспечить контроль геомеханических, энергетических и технологических параметров в режиме реального времени с помощью цифровых систем на основе микроконтроллера, являющаяся базой программного обеспечения разрабатываемых приборов геофизического и геомеханического контроля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководство по геофизической диагностике состояния системы «крепь – породный массив» вертикальных стволов: Дополнение к «Пособию по восстановлению крепи и армировки вертикальных стволов. РД.12.18.073-88» / А.Ф. Булат, Б.М. Усаченко, А.А. Яланский, В.Н. Сергиенко и др.: Донецк: ООО «Лебедь», 1999. – 42 с.
2. Яланский Алекс.А. Методы и средства автоматического контроля системы “крепь – породный массив” при проведении горных выработок: Дис... канд. техн. наук: 05.13.07. – Днепропетровск, 2002. – 292 с.
3. Ткачев В.В., Яланский Алекс. А. Реализация быстрого преобразования Фурье методом двенадцати ординат с помощью однокристалльных микроконтроллеров // Гірничя електромеханіка та автоматика / Національна гірничя академія України. – Дніпропетровськ, 1999. – №3(62). – С. 61-67.